



UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE



*I Giochi di Archimede - Gara Triennio*

2 dicembre 2021

1503

- La prova è costituita da 12 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E). Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate.
- Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta errata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.
- Per ognuno dei problemi, occorre trascrivere la lettera corrispondente alla risposta ritenuta corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è permesso l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di qualsiasi strumento di comunicazione durante la prova.

**Il tempo che hai a disposizione è di 60 minuti. Buon lavoro e buon divertimento!**

NOME ..... COGNOME ..... CLASSE .....

data di nascita: ..... indirizzo mail: .....

RISPOSTE AI PROBLEMI:

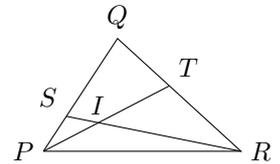
|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
|   |   |   |   |

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 5 | 6 | 7 | 8 |
|   |   |   |   |

|   |    |    |    |
|---|----|----|----|
| 9 | 10 | 11 | 12 |
|   |    |    |    |



1. Quale tra i seguenti è il quadrato di un numero intero?  
 (A)  $77^9 \cdot 14^{12} \cdot 22^{16}$                       (B)  $77^{16} \cdot 14^9 \cdot 22^{15}$                       (C)  $77^9 \cdot 14^{16} \cdot 22^{13}$   
 (D)  $77^9 \cdot 14^{16} \cdot 22^{25}$                       (E)  $77^7 \cdot 14^{17} \cdot 22^{13}$
2. Nell'isola dove vivono solo cavalieri (che dicono sempre il vero) e furfanti (che dicono sempre il falso), l'ufficio postale è piuttosto affollato. Ci sono quattro file agli sportelli: una con 11 persone, una con 12, una con 13 e una con 14 persone. Ognuno dei presenti (tranne i primi tre di ciascuna fila) dice questa frase: "tra le persone davanti a me nella mia fila ci sono almeno tre furfanti". Quanti sono in tutto i cavalieri all'ufficio postale?  
 (A) 38                      (B) non si può stabilire                      (C) 32                      (D) 25                      (E) 42
3. Sapendo che  $(3x + 2)(7 - 4x)(4x + 7) = 0$ , quale può essere, al massimo, il valore di  $5 - \frac{3}{x}$ ?  
 (A) 47/7                      (B) 23/7                      (C) 19/2                      (D) 35/4                      (E) 22/3
4. Lungo una circonferenza sono segnati quattro punti rossi, tre punti verdi, due punti gialli, un punto blu. Quanti triangoli si possono ottenere scegliendo due vertici dello stesso colore ed il terzo di un altro colore?  
 (A) 56                      (B) 54                      (C) 60                      (D) 72                      (E) 65
5. Nel triangolo  $PQR$ , i punti  $S$  e  $T$  appartengono, nell'ordine, ai lati  $PQ$  e  $QR$ . Detto  $I$  il punto d'intersezione dei segmenti  $RS$  e  $PT$ , le aree dei triangoli  $PIR$ ,  $RIT$  e  $SIP$  misurano rispettivamente  $5 \text{ mm}^2$ ,  $10 \text{ mm}^2$  e  $1 \text{ mm}^2$ . Qual è l'area del triangolo  $PQR$ ?  
 (A)  $30 \text{ mm}^2$                       (B)  $36 \text{ mm}^2$                       (C)  $24 \text{ mm}^2$                       (D)  $32 \text{ mm}^2$                       (E)  $27 \text{ mm}^2$



6. L'esagono  $ABCDEF$  è circoscritto a una circonferenza. I suoi lati  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $EF$  misurano, rispettivamente, 27 m, 25 m, 19 m, 29 m. Qual è il perimetro dell'esagono?  
 (A) 154 m                      (B) 150 m                      (C) 152 m                      (D) 146 m                      (E) 148 m
7. Consideriamo i numeri interi positivi  $n$  tali che  $n^6 + 3n^5$  sia multiplo di 49. Supponendo di aver disposto tali valori  $n$  in ordine crescente, indicare la somma tra il 4° e il 7° di questi numeri.  
 (A) 77                      (B) 81                      (C) 74                      (D) 88                      (E) 70
8. Mira e Dino, compagni di banco, sono iscritti ai Giochi di Archimede. I 49 partecipanti, con un sorteggio, vengono sistemati 35 in un'aula e 14 in un'altra. Qual è la probabilità che Mira e Dino finiscano nella stessa aula?  
 (A) 5/8                      (B) 9/16                      (C) 8/15                      (D) 1/2                      (E) 7/12
9. La funzione a valori reali  $f$  soddisfa le uguaglianze  $f(x) = f(2021 - x)$  e  $f(x + 10) = f(2010 - x)$ , per qualsiasi numero reale  $x$ . Sapendo che  $f(3) + f(4) + f(5) + f(6) = 6$ , qual è il valore di  $f(16) + f(17) + f(18)$ ?  
 (A) 8/3                      (B) 18                      (C) non si può stabilire                      (D) 18/5                      (E) 9/2
10. In un parallelogramma  $ABCD$  dove  $\widehat{A} = 76^\circ$ , siano  $M$  un punto sul lato  $AB$  e  $N$  un punto sul lato  $BC$  tali che  $\overline{MC} = \overline{CD}$  e  $\overline{DM} = \overline{MN}$ . I punti  $C$ ,  $D$ ,  $M$ ,  $N$  appartengono a una stessa circonferenza. Qual è l'ampiezza dell'angolo  $\widehat{ADM}$ ?  
 (A)  $27^\circ$                       (B)  $36^\circ$                       (C)  $30^\circ$                       (D)  $38^\circ$                       (E)  $33^\circ$
11. Emanuela scrive delle parole usando solo le lettere A e B, rispettando queste condizioni: ciascuna parola non può contenere nessuna delle sequenze di tre lettere consecutive AAA, BBB, ABB, BBA. Quante sono le parole di lunghezza infinita (ossia che proseguono illimitatamente verso destra) che Emanuela potrebbe scrivere?  
 (A) nessuna                      (B) infinite                      (C) 3                      (D) 2                      (E) 4
12. Consideriamo i valori reali  $k$  tali che il polinomio  $p(x) = x^2 - (k + 1)x + (3k + 1)$  abbia una radice che è doppia dell'altra. Indicare la somma di tutti questi valori  $k$ .  
 (A) 9                      (B) 19/2                      (C) 17/4                      (D) 19/4                      (E) 23/2